

# **“LA MEDICIÓN DE LA POLARIZACIÓN”**

Carlos Gradín y Coral del Río

Universidade de Vigo

Octubre, 2001

Estas notas están basadas en el Capítulos 4 del libro “*Desigualdad, Polarización y Pobreza en la Distribución de la renta en Galicia*” de Carlos Gradín y Coral Del Río, Instituto de Estudios Económicos de Galicia - Fundación P. Barrié de la Maza, nº 11, A Coruña, 2001.

## **ÍNDICE**

1. Introducción
2. La noción de polarización y su medición
3. El enfoque de Wolfson
4. El enfoque de Esteban y Ray
5. Una generalización de los enfoques anteriores
6. Cuando los grupos no son grupos de rentas
7. Solapamiento y estratificación

## 1. Introducción

La creciente preocupación por los cambios producidos en las distribuciones de renta de diferentes países, caracterizadas no sólo por presentar mayores niveles de desigualdad que los existentes a principios de los ochenta, sino por incorporar aspectos muy específicos que hicieron que se comenzase a hablar también de una creciente *polarización* de las mismas. Estos aspectos están relacionados con un proceso de debilitamiento o paulatina desaparición de los grupos de renta media y la consecuente aparición de bimodalidades notorias en la distribución de la renta. En este capítulo pretendemos profundizar un poco más en este tipo de cambios distributivos y enmarcarlos dentro del término genérico de polarización que, como veremos, encierra acepciones diversas relacionadas todas ellas con la formación de grupos dentro de la sociedad.

La mayoría de los investigadores que prestaron atención a las cuestiones distributivas a lo largo de estas últimas décadas utilizaron el marco conceptual asociado a la medición de la desigualdad, sustentado en el principio de transferencias de Pigou-Dalton. Como sabemos, este principio establece que cualquier transferencia de renta de un individuo a otro con menos recursos que él reduce la desigualdad siempre que se preserve el orden inicial entre ambos. Paralelamente al desarrollo académico, el término desigualdad se ha ido haciendo cada vez más popular en la sociedad, a pesar de que algunos estudios subrayen la distancia existente entre la noción de la gente de la calle y el estándar académico.<sup>1</sup> De igual manera, el término *polarización* o *bipolarización* también se ha ido extendiendo de forma amplia y creciente durante estos últimos años. Algunas veces se ha empleado para denominar esa forma peculiar de desigualdad en la que crecen los extremos de la distribución a costa de los niveles intermedios. Otros estudios, sin embargo, han preferido reservar el término polarización para referirse de forma más genérica a la conformación de un reducido número de grupos

---

<sup>1</sup> Para corroborar esto véase Amiel y Cowell (1992) y Ballano y Ruiz-Castillo (1993).

homogéneos internamente y distantes entre sí dentro de una distribución. Esta última acepción, a pesar de la ausencia de una definición más precisa que genere el suficiente consenso, permite vislumbrar la distancia que la separa de la noción, académicamente más elaborada, de desigualdad. La razón de esta divergencia radica en que la mayor homogeneidad interna de un grupo se debe traducir en una menor desigualdad global,<sup>2</sup> mientras que la polarización debería aumentar, independientemente de la noción utilizada. En realidad, con la desigualdad estamos midiendo el grado de concentración de la población en torno a la renta media global, mientras que la polarización se preocupa de la posible concentración en torno a diferentes polos. La primera noción encaja mejor con distribuciones unimodales. La segunda se aproxima con mayor acierto a las multimodales. De hecho, hoy en día no es infrecuente encontrar en los debates públicos referencias al nivel de polarización existente en diversos aspectos, más allá de la pura renta monetaria, abarcando actitudes sociales y políticas en las que la unimodalidad constituye la excepción.

El coste de introducir una nueva noción distributiva y el consiguiente desarrollo de técnicas cuantitativas que permitan su aplicación empírica, sólo merece la pena si existe una justificación adecuada sobre su interés. En especial, dado su estrecho vínculo con la noción de desigualdad, es necesario tener presente qué aporta el estudio de la polarización que no es capaz de captar el análisis de la desigualdad. El interés por la polarización tiene su origen en la preocupación por la cohesión social más que por la equidad, aspecto éste mejor captado por la noción de desigualdad. Todavía no contamos con evidencia empírica de hasta qué punto una sociedad más polarizada tiende a estar menos cohesionada y, por tanto, a tener un mayor riesgo de sufrir inestabilidad social, que en sus diversas formas puede significar desde la simple existencia de crispación social o política hasta la existencia real o potencial de violencia más o menos generalizada, subversión del orden establecido, etc. Aunque existen

---

<sup>2</sup> Al menos esto es lo que se deriva del atractivo que, en el campo académico, tienen las propiedades de

razones para pensar que la existencia de grupos grandes y homogéneos con intereses comunes entre sus miembros, pero divergentes con los demás grupos, es uno de los factores que está detrás de una mayor fractura social, o al menos puede ocasionar un mayor daño potencial.<sup>3</sup> Más allá de la justificación del interés en la polarización por su relación con el conflicto potencial o latente en una sociedad, no cabe duda que este concepto aporta elementos novedosos en el campo puramente descriptivo ya que, a diferencia de los índices de desigualdad, es capaz de distinguir cuando se está produciendo una convergencia de la población en torno a la media global o cuando esa convergencia se produce en diferentes polos de la distribución.

## **2. La noción de polarización y su medición**

En el campo académico distintos analistas usaron enfoques alternativos a la hora de tratar con la distribución de los recursos alejándose, por diferentes motivos, de los métodos estándar usados en desigualdad. Por un lado, algunos economistas y sociólogos trataron de captar la peculiar forma de la creciente desigualdad salarial asociada a un crecimiento de los extremos de la distribución a costa de las clases medias. Diversos trabajos en el campo de la Economía Laboral se centraron durante los años ochenta en el estudio de ratios entre cuantiles de la distribución de salarios para investigar la posible desaparición de la clase media.<sup>4</sup> Con un propósito similar, otros métodos usaron herramientas gráficas para captar la

---

descomponibilidad en los índices de desigualdad.

<sup>3</sup> Para una justificación de la noción de polarización en términos del conflicto potencial en la sociedad puede consultarse Esteban y Ray (1994), quienes se apoyan en diferentes trabajos sociológicos sobre el conflicto. De acuerdo con ellos la polarización de rentas o riqueza “*está muy relacionada con la generación de tensiones, con las posibilidades de rebelión organizada y revueltas, y con la existencia de malestar social en general*” (pág. 820). En trabajos posteriores, estos autores tratan de formalizar adecuadamente esta relación (por ejemplo, Esteban y Ray (1999)).

<sup>4</sup> En estos trabajos el objeto de estudio lo constituían los trabajadores o las categorías de trabajadores cuyo salario medio se situaba dentro de un intervalo definido por porcentajes de la media o la mediana (por ejemplo entre el 75 y el 150 por ciento), analizando su tamaño y evolución a lo largo del tiempo. Este método fue principalmente aplicado a estudios sobre el mercado laboral de EEUU y Canadá, como por ejemplo en

distribución en su totalidad en lugar de centrarse en un punto particular de la misma con el objetivo de encontrar multimodalidades o analizar trasvases de población y su posible concentración en zonas concretas, como pudiera ser el caso de los extremos de la misma. En algunos casos se estimaron funciones de densidad no-paramétricas con el propósito de que los datos “*hablen por sí mismos*”, tal como indicaban Cowell *et al.* (1996).<sup>5</sup> En el ámbito de la sociología o de la ciencia política también se utilizaron diferentes herramientas para captar la polarización respecto de las actitudes sociales o la inestabilidad de los sistemas políticos.<sup>6</sup> La formación de grupos en la distribución fue asimismo abordada desde la perspectiva de la segmentación o la estratificación de la sociedad en diversas capas superpuestas.<sup>7</sup>

Recientemente, y en conexión con estos temas, se han producido avances importantes en el tratamiento formal del concepto de polarización que nos han proporcionado herramientas más precisas para su medición, tal y como se refleja en los trabajos de Wolfson (1994a) y Esteban y Ray (1994).<sup>8</sup> Wolfson obtuvo su índice de polarización junto con una curva de polarización de forma similar a como se obtiene el coeficiente de Gini a partir de la curva de Lorenz en el campo de la desigualdad, utilizando en su construcción las distancias relativas respecto de la mediana. El índice está definido como una forma particular de agregar estas diferencias relativas y tiene una interesante representación gráfica en el marco de la curva de Lorenz. Esteban y Ray siguieron un enfoque axiomático para identificar la familia

---

MacMahon y Tschelatter (1986), Horrigan y Haugen (1988), Rosenthal (1985), Kusters y Ross (1988) y Beach y Slotsve (1994).

<sup>5</sup> Otros métodos gráficos fueron propuestos y aplicados por Morris *et al.* (1994) y Handcock y Morris (1997) utilizando la noción de “distribuciones relativas”, donde la densidad estimada original (que podría ser no-paramétrica) era normalizada por la densidad tomada como referencia. Este último método conlleva el cálculo de un coeficiente que cuantifica los cambios en las distribuciones relativas, denominado “*median relative polarization index*”.

<sup>6</sup> Taylor y Herman (1971), Sigelman y Nam Yough (1978), Hazan (1995) y DiMaggio *et al.* (1996) estudiaron la polarización política o de actitudes sociales.

<sup>7</sup> Véase, por ejemplo, Weitzman (1970), Yitzhaki y Lerman (1991) y Yitzhaki (1994). Sartori (1966) lo estudió en el caso de los partidos políticos.

<sup>8</sup> En este trabajo sólo usamos como referencia los artículos publicados en 1994, pero existen otros artículos que también utilizaron dichos enfoques en ambos casos: Love y Wolfson (1976) y Wolfson (1994b, 1997) en el primer caso, y Esteban y Ray (1991, 1993) en el segundo.

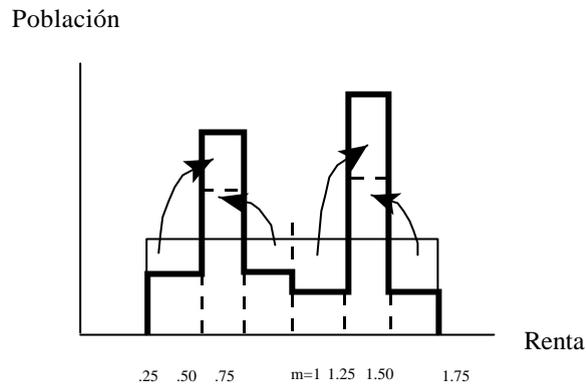
de medidas de polarización que resultan de un simple modelo de actitudes individuales, formalizando una noción más general de polarización. Los dos siguientes epígrafes presentan ambos enfoques, lo que nos permitirá presentar con mayor precisión qué entendemos por polarización y cómo cuantificarla. Posteriormente, se muestra una extensión del segundo de ellos que generaliza a ambos y que será el que seguiremos en la aplicación empírica.

### 3. El enfoque de Wolfson

Wolfson estaba interesado en el problema de la desaparición de la clase media pero se encontraba en desacuerdo con aquéllos que lo estudiaban utilizando medidas de desigualdad o definiendo previamente y de forma *ad hoc* el tamaño del grupo de renta media. Argumentaba que el Principio de las transferencias de Pigou-Dalton “*es inconsistente con el concepto de polarización, o con las nociones más o menos equivalentes ‘spreadoutness from the middle’, o bimodalidad que se encuentran en el corazón del fenómeno de desaparición de la clase media*” (Wolfson (1994a), pág. 354).

Para mostrar lo inadecuado de los enfoques sustentados en la noción de desigualdad y en el análisis de cuantiles particulares de la distribución para captar la polarización, dicho autor muestra el ilustrativo ejemplo que recogemos en la Figura 4.1. Partiendo de una distribución uniforme – representada con una línea más fina en la figura –, una secuencia de transferencias progresivas de Pigou-Dalton en cada lado de la mediana  $m$  conduce a una distribución con menor desigualdad, distribución representada con la línea más gruesa. Incluso para una definición suficientemente amplia de la clase media la nueva distribución muestra un tamaño superior de la misma. Sin embargo, la distribución resultante se encuentra más polarizada debido al surgimiento de dos grandes polos bien diferenciados.

**Figura 4.1 Ejemplo de Wolfson**



De forma paralela al análisis de la dominancia de Lorenz y al coeficiente de Gini en el caso de la medición de la desigualdad, Wolfson construye una *curva de polarización* asignando valores para cada proporción de población,  $p$ , generando así una ordenación parcial que su índice hace completa.<sup>9</sup> Este índice se obtiene integrando el área que hay por debajo de la curva reescalándola de tal modo que el índice tome valores entre cero y uno en el caso de rentas no negativas. Si  $m$ ,  $L(p)$  y  $G$  son respectivamente la renta media, la curva de Lorenz y el coeficiente de Gini, el índice  $W$  es:

$$W = 4 \frac{m}{m} \left[ \frac{1}{2} - L\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{G}{2} \right]$$

#### 4. El enfoque de Esteban y Ray

La noción de polarización de Esteban y Ray es más general que la bimodalidad subyacente en el enfoque de Wolfson. A pesar del hecho de que la distribución bimodal

---

<sup>9</sup> Para una distribución  $F$  de rentas  $\mathbf{x}$ , con mediana  $m$ , la curva viene dada por:

$$W(p) = \int_{\min(p, \frac{1}{2})}^{\max(p, \frac{1}{2})} \frac{|x - m|}{m} dF, \quad p \in [0, 1]$$

Una distribución  $F$  muestra menos polarización que otra  $G$  si  $F - G$  y su curva de polarización está por debajo de la de  $G$ , esto es, si  $W_F(p) \preceq W_G(p)$  para todo  $p \in \mathbf{I} [0, 1]$ .

degenerada se muestra como la distribución de máxima polarización, y que el problema de desaparición de la clase media es visto como una forma particular de polarización, ésta aparece de forma más general como resultado de la conformación de cualquier número reducido de polos, si se concentra una importante proporción de población en ellos: *“Supóngase que la población se agrupa en ‘clusters’ de tamaño significativo, tal que cada cluster es muy ‘similar’ en términos de atributos de sus miembros pero diferentes clusters tienen diferentes miembros con atributos ‘distintos’. En ese caso diríamos que la sociedad está ‘polarizada’.”* (Esteban y Ray (1994), pág. 819).

Según estos autores la polarización viene caracterizada por tres aspectos básicos: un pequeño número de grupos de tamaño significativo, un alto grado de homogeneidad interna en cada grupo y un alto grado de heterogeneidad entre los mismos. La última de las características señala el vínculo entre desigualdad y polarización pues, en general, un alejamiento entre los grandes polos de la distribución será recogido como un incremento tanto de la desigualdad como de la polarización. Las dos primeras características muestran claramente la distinción respecto de la noción de desigualdad. Con respecto a la primera de ellas, téngase en cuenta que en la desigualdad la existencia de un pequeño grupo muy rico influye de forma decisiva, mientras que en la polarización los grupos pequeños son poco relevantes. La mayor desigualdad en rentas no negativas se alcanza cuando un único individuo posee toda la renta, estando el resto sin nada. En cambio, la máxima polarización se alcanza cuando la distribución se divide en dos grupos de igual tamaño situados en los extremos de la distribución. En lo que se refiere a la segunda característica mencionada, de acuerdo con la descomponibilidad de los índices de desigualdad una mayor desigualdad interna que mantiene constante la desigualdad entre grupos produce siempre mayor desigualdad global, en cambio, esto mismo supone menor polarización. Como consecuencia,

---

la noción de polarización de Esteban y Ray es inconsistente con el principio de las transferencias de Pigou-Dalton, pero en este caso los autores no creen que sea posible sustituir tal principio por otro de la misma generalidad, aspecto que los diferencia de la visión de Wolfson.<sup>10</sup>

Para tratar con la medición de la polarización los autores formulan un sencillo modelo de actitudes individuales que caracteriza el comportamiento de los individuos en términos de dos actitudes principales. Por un lado, un individuo siente un cierto grado de *identificación* con respecto a los otros que son percibidos como pertenecientes a su mismo grupo, y por otro, un individuo siente *alienación* respecto de aquellos individuos que tienen una renta diferente a la suya. El *antagonismo efectivo* que una persona siente respecto de cualquier otra con renta distinta es el resultado de la conjunción de ambos factores: la alienación que siente hacia dicho individuo reforzada por el grado de identificación con los miembros de su propio grupo. La agregación de todos los antagonismos efectivos que aparecen entre los miembros de la sociedad conduce a una amplia clase de medidas de polarización, que es restringida mediante un conjunto de axiomas, obteniéndose el índice de polarización:

$$ER = \sum_i^k \sum_j^k p_i^{1+a} p_j |y_i - y_j|,$$

donde  $p_i$  e  $y_i$  indican respectivamente la proporción de población del grupo  $i$  y su renta expresada en logaritmos, y  $a$  es un parámetro que representa la sensibilidad con respecto a la polarización, debiendo tomar un valor entre 1 y 1,6 para que se satisfagan los axiomas. Cuanto más alto sea  $a$ , mayor será la sensibilidad a la concentración en grupos.<sup>11</sup> Es

---

<sup>10</sup> Como se muestra en Esteban y Ray (1994), esto es debido a las propiedades de no-monotonidad y globalidad.

<sup>11</sup> Nótese que esta medida es bastante similar al coeficiente de Gini. La diferencia estriba en que  $ER$  pone más peso en los grupos grandes a través del parámetro  $\alpha$ . En el caso en que  $a = 0$ , el índice sería igual a Gini sólo que tras sustituir las rentas divididas por la media por las rentas expresadas en logaritmos. El que  $a$  tenga que ser mayor que uno impone un distanciamiento mínimo respecto de Gini. De todos modos, en el caso en que se aplique el índice sobre una distribución de cuantiles, es decir con grupos que representan la misma proporción

importante reseñar que no es adecuado utilizar este índice, que es muy sensible a los tamaños de población, en situaciones en las que forzamos que los grupos sean iguales, como en la habitual presentación de datos en decilas o en quintilas de renta. De igual forma, tampoco tiene sentido su aplicación directa sobre los microdatos si éstos no han sido previamente agrupados según algún criterio.

## 5. Una generalización de los enfoques anteriores

Cuando queremos cuantificar la polarización en una distribución dada por una función de densidad  $f$ , la utilización del índice  $ER$  requiere de un criterio de agrupación que sea razonable. Además tiene como limitación el hecho de que se produce una pérdida sustancial de información al no contemplar la distribución intragrupo. El enfoque propuesto en Esteban *et al.* (1999) es una extensión del de Esteban y Ray que preserva la misma noción de polarización haciéndola más operativa con independencia de cómo estén organizados los datos. Así, proponen un posible criterio de agrupación de los individuos y consiguen incorporar la información sobre la distribución intragrupo de la renta. Además, los autores demuestran que tanto el índice  $W$  de Wolfson como la medida de Esteban y Ray son casos particulares de este enfoque.

Para la aplicación de éste enfoque necesitamos una representación simplificada de  $f$  que denominaremos  $\mathbf{r} = (z_0, z_1, \dots, z_k; y_1, \dots, y_k; p_1, \dots, p_k)$ . Los individuos se adscriben a grupos de renta definidos sobre intervalos  $[z_{i-1}, z_i]$  para  $i = 1, \dots, k$ . Los extremos se corresponden con las rentas extremas de la distribución,  $a = z_0 < \dots < z_k = b$  y  $p_i$  e  $y_i$  indican respectivamente la proporción de población y las rentas medias correspondientes a cada grupo  $i$ .

Cuando empleamos  $\mathbf{r}$  en lugar de  $f$ , desde un punto de vista estadístico la representación induce un error de aproximación  $\mathbf{e}(F, \mathbf{r})$ , que puede ser interpretado a su vez

---

de población ( $p_i = p$  para todo  $i$ ) este elemento se anula y los índices son idénticos, salvo en la mencionada

como la falta de identificación de los grupos o su heterogeneidad interna dado que indica el grado de dispersión interna de los mismos. En Esteban *et al.* (1999) se define este error en términos de la media de las distancias entre todos los componentes de cada grupo y puede reescribirse como el componente intragrupo de la descomposición entre grupos del índice de Gini  $G$ , esto es, la desigualdad de la distribución  $f$  menos la desigualdad entre los grupos dados por  $\rho$ :

$$e(f; \mathbf{r}) = G(f) - G(\mathbf{r}).$$

Para calcular el nivel de polarización global de la distribución  $f$  que denominaremos *polarización extendida*, primero se mide la *polarización simplificada*, que no es más que la polarización medida por  $ER$  en la representación según  $\mathbf{r}$ , una vez que se descuenta el grado de *heterogeneidad interna* ( $\epsilon$ ):

$$P(f; \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{r}) = ER(\mathbf{a}, \mathbf{r}) - \beta e(f; \mathbf{r}),$$

donde  $\beta \geq 0$  indica el peso asignado a la heterogeneidad interna en la representación.

Implementar este enfoque conlleva la adopción de dos decisiones diferentes: la elección del número de polos y la elección de sus respectivas localizaciones. En el presente enfoque se trata el número de grupos  $k$  como exógeno,<sup>12</sup> según estemos interesados en estudiar una distribución bimodal, trimodal, etc., y se obtiene de forma endógena la partición que minimiza el error agregado inducido o heterogeneidad intragrupo. Para cualquier  $k$  la representación óptima  $\mathbf{r}^*$  satisface la siguiente condición necesaria para  $i=1, \dots, k-1$ :

$$z_i^* = \frac{p_i^* y_i^* + p_{i+1}^* y_{i+1}^*}{p_i^* + p_{i+1}^*}.$$

Esto es, el punto de corte entre dos grupos adyacentes iguala la media combinada de ambos grupos.

---

normalización de rentas.

<sup>12</sup> Una posibilidad de endogeneizar el número de grupos es tomar el  $k$  que maximiza la polarización extendida.

Expresando el índice en el caso de la representación óptima  $\mathbf{r}^*$  obtenemos la medida de polarización extendida finalmente propuesta en Esteban *et al.* (1999):

$$P(f; \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{r}^*) = ER(\mathbf{a}, \mathbf{r}^*) - \mathbf{b}[G(f) - G(\mathbf{r}^*)].$$

Cabe resaltar que en el caso particular, de gran interés empírico, de pretender analizar en qué medida la distribución está conformada por dos grandes grupos, ricos y pobres, caso que denominamos *bipolarización*, el enfoque conduce a que los dos grupos obtenidos de forma óptima tienen como punto de corte entre ambos la renta media. Además, se comprueba que en el caso especial en el que  $\mathbf{a} = \mathbf{b} = 1$ , si imponemos que el punto de corte sea la mediana en vez de la media, obtenemos una transformación escalar del índice  $W$  de Wolfson.<sup>13</sup>

## 6. Cuando los grupos no son grupos de renta

Un supuesto presente en el enfoque anterior consiste en aceptar que el elemento que determina la pertenencia de un individuo a un grupo es su nivel de renta, de manera que los individuos conforman grupos con niveles de renta similares. Sin embargo, parece razonable considerar que esto no es siempre así, y que si bien la renta puede ser una buena *proxy* de un amplio conjunto de características que afectan al nivel de vida de los hogares, existen otros elementos que pueden actuar de aglutinador. En especial es interesante conocer en qué medida los grupos conformados en torno a una característica dada generan polarización en la sociedad al mostrar grupos internamente muy similares en renta pero a la vez claramente diferenciados de los demás grupos. Así, por ejemplo, podría ocurrir que el nivel educativo en una sociedad sea relevante hasta tal punto que dependiendo de cuál sea su nivel educativo un individuo es pobre o rico, habiendo escasas diferencias entre individuos de un mismo nivel. En ese caso sería la educación la responsable de que encontrásemos grupos bien definidos de

---

<sup>13</sup> En el caso especial en que  $\alpha = \beta = 1$ , tanto si el punto de corte es la media como si es la mediana, el índice de bipolarización se puede interpretar en términos del área que forman la curva de Lorenz de la distribución y la

renta. Lo mismo es posible con elementos vinculados al mercado de trabajo, al tipo de hogar, etc.

En Gradín (2000b), se propone utilizar en esos casos el mismo enfoque que en Esteban *et al.* (1999) con una ligera adaptación que permite que los grupos dejen de ser intervalos de renta y pasen a ser determinados por otros atributos, pudiéndose solapar entre sí en sus niveles de renta. De este modo, en vez de aplicar el índice  $P$  sobre la partición de renta óptima, dicho índice es aplicado a una partición exhaustiva de la población en función de alguna característica y normalizado para tomar siempre valores positivos. Para una partición exhaustiva cualquiera dada por  $\mathbf{r}^c = (y_1^c, \dots, y_k^c; q_1, \dots, q_k)$ , donde  $y_i^c$  son las rentas medias de cada grupo y su población relativa respectiva es  $q_i$ , el índice propuesto es:

$$GP(F; \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{r}^c) = P(F; \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{r}^c) + \mathbf{b} = ER(\mathbf{a}, \mathbf{r}^c) - \mathbf{b} [G(F) - G(\mathbf{r}^c) - 1]$$

El hecho de que los grupos no sean intervalos de renta y se puedan solapar permite enlazar la cuestión del grado de polarización de una sociedad con el grado en el que ésta se encuentra constituida por segmentos bien diferenciados, sin intersecciones entre sí, fenómeno que se conoce como *estratificación* o *segmentación*.<sup>14</sup>

## 7. Solapamiento y estratificación

La polarización nos indica el grado en que la distribución está concentrada en unos pocos polos en el espacio de rentas. Esta concentración puede ser debida a que los individuos se diferencien entre sí por sus características, y constituyan grupos con un comportamiento diferenciado. Muchas características como el sexo, la raza o la posición en el mercado de trabajo pueden originar una distribución segmentada en diversos grupos aunque en ocasiones

---

recta tangente a la misma en  $L(F[z])$ , siendo  $F[z]$  el valor de la función de distribución de  $f$  en el punto de corte  $z$ .

<sup>14</sup> De hecho, una extensión alternativa del enfoque de Esteban y Ray es la propuesta por D'Ambrosio (2000). De acuerdo con este enfoque se calcula primero la distancia entre distribuciones, dada por el área de solapamiento

esto no se perciba al examinar la distribución total. Así, puede ocurrir que cuando agregamos toda la población estas diferencias no queden reflejadas al superponerse unas con otras y acabar conformando una distribución final unimodal, quedando oculta en el proceso de agregación la verdadera multimodalidad.

En la literatura ha habido diferentes formas de analizar las distribuciones que presentan algún grado de fraccionamiento en grupos: descomposición de la desigualdad en subpoblaciones, medidas de distancia entre distribuciones, etc. Sin embargo, la noción de *segmentación* o *estratificación* veremos que se presenta especialmente interesante para nuestros objetivos empíricos. Este concepto hace referencia a la medida en que las diferentes subpoblaciones ocupan intervalos de rentas - o de cualquier otro atributo - sin intersección o solapamiento entre sí. En cierto sentido, permite establecer la correlación entre el valor del atributo (la renta, por ejemplo) y la pertenencia a un determinado grupo. Así, diremos que una distribución está completamente estratificada cuando todos sus grupos integrantes ocupan diferentes intervalos sin intersección alguna. En ese caso, los miembros de cada grupo son perfectamente identificables a partir de la posición que ocupan en el espacio de rentas. Por contra, en la medida en que un determinado número de grupos se sitúe en un determinado intervalo de rentas la estratificación será menor.<sup>15</sup> Al menos, ésta es la visión de S. Yitzhaki y R. Lerman quienes, tras resaltar que la ausencia de una definición cuantitativa aceptada con generalidad dificulta su estudio, afirman que en el caso de una distribución segmentada o estratificada: *“Los grupos forman capas bien definidas, o estratos, hasta el punto de que sus miembros difieren del resto de la población. Entonces, un índice sensato de estratificación debería captar el grado de solapamiento entre los miembros del grupo y el resto. En*

---

entre sus funciones de densidad, y se aplica el índice *ER* sobre dichas distancias en lugar de hacerlo sobre distancias de rentas.

<sup>15</sup> La estratificación no es plenamente independiente del concepto de desigualdad. Cuanto más desigual es una distribución entre sus grupos, menos probable será que sus grupos se solapen.

*contraste, el concepto de desigualdad tiene que ver con las similitudes y diferencias dentro del grupo.”* (Yitzhaki y Lerman (1991), pág. 314).

Si bien no existen estudios en profundidad que lo analicen, los lazos entre la estratificación y la polarización son evidentes. La estratificación, en la medida que separa grupos sociales, proporciona una posible fuente de polarización observada. El interés de estudiar la estratificación radica en que nos indica que no sólo la diferencia entre rentas medias sirve para establecer la distancia social entre dos grupos. El hecho de compartir el mismo espacio de rentas es un factor que puede ayudar a que un grupo se sienta menos aislado dentro de la sociedad en la que participa. Pero aún cuando el grado de segmentación de una distribución sea máximo, la polarización podrá ser mayor o menor dependiendo del nivel de concentración interna de los grupos, de sus tamaños relativos o de las distancias que los separan.

Al margen de otras contribuciones previas en diferentes ámbitos académicos como por ejemplo Sartori (1966) o Weitzman (1970), la medición de la estratificación también fue contemplada en Yitzhaki y Lerman (1991) y Yitzhaki (1994). Estos trabajos proporcionan un índice de solapamiento que satisface algunas propiedades razonables y que se puede obtener de una descomposición del conocido índice de Gini entre desigualdad entre-grupos e intragrupo. Lo peculiar de esta descomposición es que su primer término no es idéntico al de la descomposición clásica de Gini. En el primer caso éste se corresponde con la covarianza entre las rentas medias y las posiciones medias ocupadas por los miembros de cada grupo,  $m_i$ , en lugar de la covarianza entre las rentas medias y las posiciones de las mismas característica del componente entre-grupos del índice de Gini.<sup>16</sup> En Gradín (2000b) se muestra que si se emplea la descomposición clásica<sup>17</sup> se obtiene un índice de solapamiento

---

<sup>16</sup> Para una interpretación del coeficiente de Gini en estos términos véase Yitzhaki y Lerman (1984).

<sup>17</sup> Véase Bhattacharya y Mahalanobis (1967) o Pyatt (1976).

muy similar,  $I_i$ , de forma que podemos reescribir el término de desigualdad intragrupo de Gini o error como:

$$e(f, r^c) = \sum_{i=1}^n s_i G(f_i) I_i,$$

donde  $I_i$  se puede descomponer en la suma ponderada del solapamiento del grupo  $i$  con cada uno de los grupos de la distribución:

$$I_i = \sum_{j=1}^n I_{ij} q_j.$$

En general  $I_{ji} - I_{ij}$ . Dado un par de grupos  $i, j$ , y suponiendo que el grupo  $j$  es al menos igual de rico que  $i$ , el índice cumple las siguientes propiedades: 1)  $I_{ij}$  e  $I_{ji}$  son no-negativos y no están acotados; son iguales a cero si y sólo si no hay solapamiento entre ambos grupos, y por definición  $I_{ii}=1$ ; 2) Cuanto mayor es la fracción de individuos del grupo  $j$  con rentas por debajo de la de la persona más rica en  $i$ , mayor será  $I_{ij}$ ; y cuanto mayor es la fracción de gente en el grupo  $i$  con rentas por encima de la mínima en  $j$ , mayor será  $I_{ji}$ ; 3)  $I_{ij}$  es una función decreciente en la renta de la fracción de población de  $j$  con rentas por debajo de la máxima en  $i$ ;  $I_{ji}$  es una función creciente de la renta de la fracción de población de  $i$  con rentas por encima de la renta mínima en el grupo  $j$ ; 4) Dada la distribución de  $i$ ,  $I_{ij}$  alcanza su máximo si todas la renta de  $j$  se concentra en un único individuo.

De esta forma, a partir de los índices individuales podemos construir el índice de solapamiento para toda la población:

$$I = \sum_{i=1}^n I_i q_i.$$